अध्यायः

5

गणनानां प्रबन्धनम्

5.1 सूचनानाम् अन्वेषणे

भवतां दैनिक-जीवने भवतां सम्मुखं निम्नलिखित-प्रकारकाः सूचनाः आगताः भविष्यन्ति।

(a) गत 10 निकषक्रिकेटक्रीडायां क्रीडकेन आहत्य अर्जिताः धावनाङ्काः।

(b) गत 10 एकदिवसीय-अन्ताराष्ट्रियक्रिकेटक्रीडायां (ODI) एकेन कन्दुकक्षेपकेन जित-प्रतिद्वन्दिनः सङ्ख्या।

(c) भवतां कक्ष्यायाः विद्यार्थिभिः घटकपरीक्षायां प्राप्ताः अङ्काः।

(d) भवतां मित्रेषु प्रत्येकेन पठितकथा-पुस्तकानां संख्या-इत्यादिः।

एतासु सर्वासु स्थितिषु एकत्रित-सूचना गणना भवति। गणना प्रायः एतादृश्याः स्थितेः सन्दर्भे एकत्रिता भवति यस्याः अध्ययनं वयं कर्तुम् इच्छामः। उदाहरणार्थम् एकस्याः अध्यापिकायाः रुचिः स्वकक्ष्यायाः छात्राणां सामान्य-औन्नत्यस्य-ज्ञाने ज्ञातुं भवितुम् अर्हति। एतत् ज्ञातुं सा स्वकक्ष्यायाः सर्वेषां विद्यार्थिनां औन्नत्यं लेखिष्यति एतां गणनां क्रमबद्धरूपेण संगठितं करिष्यति तथा तदनुसारं तस्याः गणनायाः व्याख्यां करिष्यति।

कदाचित् गणनां स्पष्टयितुं आलेखीयरूपेण निरूपणीयं भवति। किं भवन्तः तान् विविध-प्रकारकान् आलेखान् स्मरन्ति यान् वयं गत-कक्ष्यायां पठितवन्तः ?

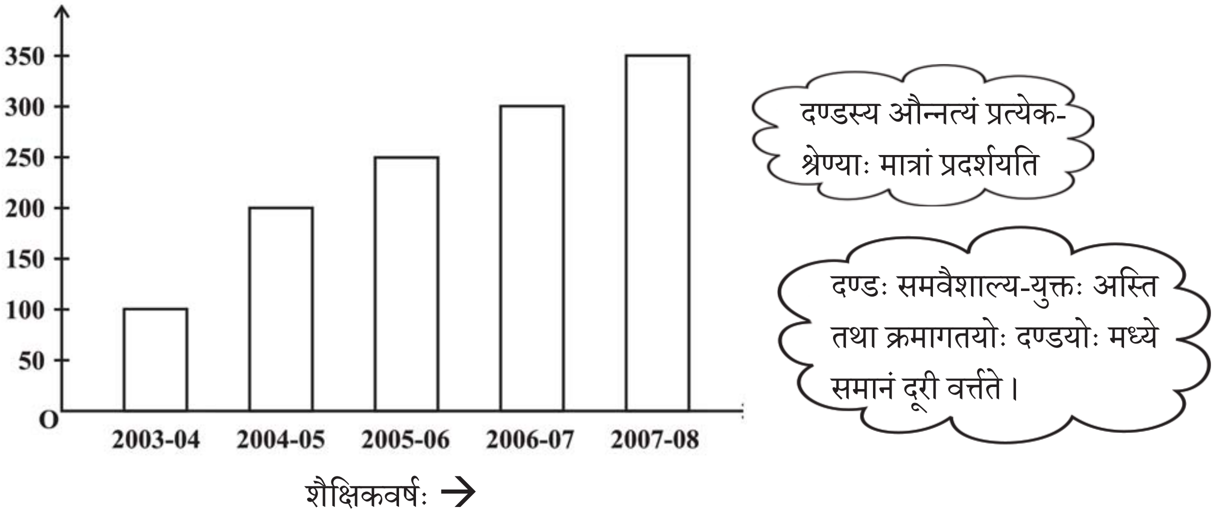
1. एकः चित्रालेखः - सङ्केतानां गणं कृत्वा गणनानां चित्रीय-निरूपणम्।

= 100 कारयानं ← एकः सङ्केतः 100 कारयानं प्रदर्शयति।	
जुलाई	= 250 100 कार्यानानां $\frac{1}{2}$ रूपेणप्रदर्शयति।
अगस्तः	= 300
सितम्बरः	= ?

(i) जुलाई मासे कति कारयानानाम् उत्पादनम् अभवत् ?

(ii) कस्मिन् मासे कारयानानाम् अधिकतमम् उत्पादनम् अभवत् ?

2. **एकः दण्डालेखः** - समान-विशालता-युक्तैः दण्डैः सूचनायाः निरूपणम् । दण्डानां औन्नत्यं तत् सङ्गत-मानानि निरूपयति ।



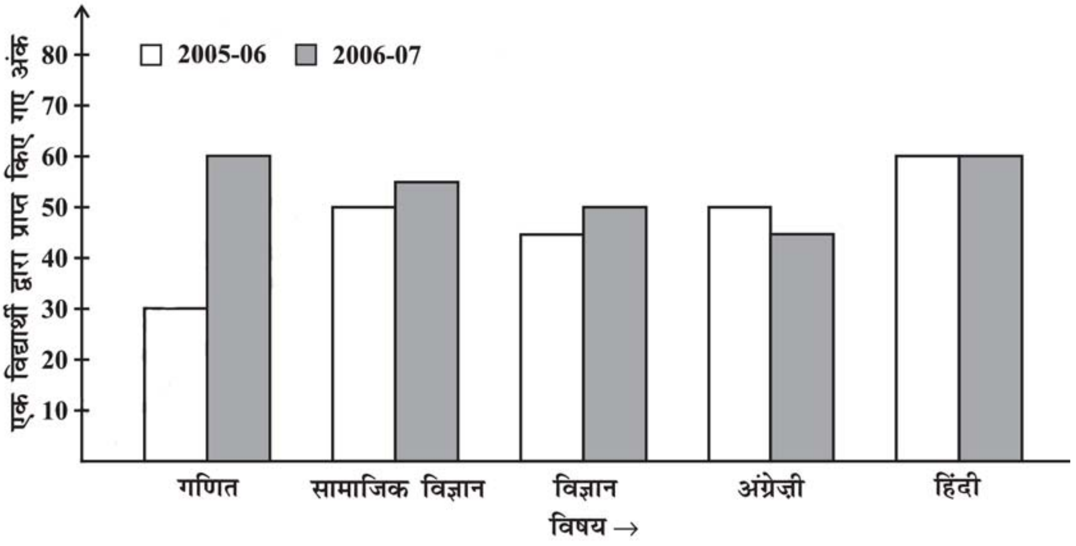
(i) अनेन दण्डालेखेन का सूचना प्रदत्ता अस्ति ?

(ii) कस्मिन् वर्षे विद्यार्थिनां संख्यायां सर्वाधिकवृद्धिः अभवत् ?

(iii) कस्मिन् वर्षे विद्यार्थिनां संख्या अधिका वर्त्तते ?

(iv) ज्ञापयन्तु सत्यम् अस्ति वा असत्यं वा इति यत् "2005-06 विद्यार्थिनां संख्या 2003-04 वर्षस्य संख्यायाः द्विगुणिता वर्तते ।"

3. **द्वि-दण्डालेखः** - गणनायाः समूहद्वयं युगपत् संयुक्तरूपेण दर्शयितुं दण्डालेखः प्रयुज्यते ।



(i) अनेन द्वि-दण्डालेखेन का सूचना प्रदत्ता अस्ति ?

(ii) कस्मिन् विषये विद्यार्थिनां प्रदर्शने सर्वाधिकं संशोधनं जातम् ?

(iii) कस्य विषयस्य प्रदर्शने न्यूनता जाता ?

(iv) कस्मिन् विषये प्रदर्शनं समानम् अस्ति ?

विचारयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अथ लिखन्तु

यदि वयम् एकस्य दण्डालेखस्य दण्डेषु कस्यापि एकस्य स्थिति परिवर्तनं कुर्मः चेत् तर्हि किं प्रदर्शित-सूचनासु किञ्चित् परिवर्तनं भवितुम् अर्हति ? कथम् ?

प्रयासं करोतु

प्रदत्त-सूचनां निरूपितुम् एकम् उपयुक्तालेखं रचयन्तु।

1.

मासः	जुलाई	अगस्त	सितम्बर	अक्टूबर	नवम्बर	दिसम्बर
विक्रीत-घटीनां संख्या	1000	1500	1500	2000	2500	1500

2.

बालकानां संख्या येभ्यः रोचते	विद्यालयः अ	विद्यालयः आ	विद्यालयः इ
पादयात्रा (रोचते)	40	55	15
द्विचक्रिका-चालनम् (रोचते)	45	25	35

3. 8 सर्वश्रेष्ठ-क्रिकेटदलैः एकदिवसीय-अन्ताराष्ट्रीयक्रिकेटस्पर्धासु विजयस्य प्रतिशतम्।

दलम्	विजेता विजयपुरस्कारतः विश्वचषकं 2006 पर्यन्तम्	2007 तमे वर्षे गत 10 एकदिवसीय-अन्ताराष्ट्रिय क्रिकेटक्रीडा
दक्षिण-अफ्रीकादेशः	75%	78%
ऑस्ट्रेलियादेशः	61%	40%
श्रीलङ्कादेशः	54%	38%
न्यूजीलैण्डदेशः	47%	50%
इंग्लैण्डदेशः	46%	50%
पाकिस्तानदेशः	45%	44%
वेस्टइंडीजदेशः	44%	30%
भारतदेशः	43%	56%

5.2 गणनानां सङ्घटनम्

प्रायः वयम् उपलब्धगणनाम् असङ्घटितरूपे प्राप्नुमः यां यथाप्राप्त-गणना इति कथयामः। अर्थपूर्णं निष्कर्षं प्राप्तुम् अस्माकं कृते गणनानां क्रमबद्धरूपेण सङ्घटनस्य आवश्यकता भवति। उदाहरणार्थं विद्यार्थिनाम् एकस्मात् समूहात् तस्य रुचिकरविषयं पृष्टवन्तः। अस्य परिणामस्य सूची अधः प्रदत्ता अस्ति।

कला, गणितम्, विज्ञानम्, आङ्ग्लम्, गणितम्, कला, आङ्ग्लम्, गणितम्, आङ्ग्लम्, कला, विज्ञानम्, कला, विज्ञानम्, विज्ञानम्, गणितम्, कला, आङ्ग्लम्, कला, विज्ञानम्, गणितम्, विज्ञानम्, कला।

कः विषयः सर्वाधिकः प्रियः अथ कः विषयः सर्वाधिकः अप्रियः ?

आकस्मिकरूपेण लिखितं विषयं दृष्ट्वा अस्य प्रश्नस्य उत्तरं सम्भवं नास्ति। वयं मेलनचिह्नस्य प्रयोगं कुर्वन्तः एतां गणनां सारणी-बद्धं कुर्मः।।

सारणी 5.1

विषयः	मेलनचिह्नम्	विद्यार्थिनां संख्या
कला	卌 ||	7
गणितम्	卌	5
विज्ञानम्	卌 |	6
आङ्ग्लम्	||||	4

प्रत्येकं विषयस्य सम्मुखम् अङ्कित-मेलनचिह्नानां संख्यातः वयं विशिष्टविषयेच्छुकानां विद्यार्थिनां संख्यां प्राप्नुमः।

एषा संख्या तस्य विषयस्य आवर्तनं भवति।

यावत् वारं सा प्रविष्टिः गणनायाम् आगच्छति। सा सङ्ख्या तस्य प्रविष्टेः 'आवर्तनम्' भवति।

सारणी 5.1 इत्यतः आङ्ग्लविषयेच्छुकानां विद्यार्थिनां आवर्तनम् 4 अस्ति। गणितविषयेच्छुकानां विद्यार्थिनां आवर्तनम् 5 अस्ति।

उपरोक्तरूपेण निर्मापिता सारणी एका निरन्तरा-वण्टन-सारणी रूपेण ख्याता अस्ति यतो हि अनया एतत् सुनिश्चितं भवति यत् एका प्रविष्टिः कति वारम् आगता।

प्रयत्नं कुर्वन्तु -

प्रयासं करोतु

1. विद्यार्थिनाम् एकस्मात् समूहात् एतत् ज्ञापयितुं कथितवान् यत् ते कं पशुं सर्वाधिकं गृहे पालयितुम् इच्छन्ति। अस्य परिणामः अधः दत्तः अस्ति।
   कुक्कुरः, मार्जारी, मार्जारी, मत्स्यः, मार्जारी, शशकः, कुक्कुरः, मार्जारी, शशकः, कुक्कुरः, मार्जारी, कुक्कुरः, कुक्कुरः, कुक्कुरः, मार्जारी, गौः, मत्स्यः, शशकः, कुक्कुरः, मार्जारी, कुक्कुरः, मार्जारी, मार्जारी, कुक्कुरः, शशकः, मार्जारी, मत्स्यः, कुक्कुरः, उपर्युक्ताय एकां आवर्तन-वितरण-सारणीं निर्मान्तु।

5.3 गणनानां वर्गीकरणम्

विषयस्य रुचिसम्बन्धितगणनाः प्रत्येकप्रविष्टेः नैके वारं आगमनं प्रदर्शयति। उदाहरणार्थं कलां 7 विद्यार्थिनः इच्छन्ति, गणितं 5 विद्यार्थिनः इच्छन्ति इत्यादिः (सारणी 5.1)। एतां सूचनां आलेखीयरूपेण एकेन चित्रालेखेन अथवा एकेन दण्डालेखेन प्रदर्शयितुं शक्नुवन्ति। परन्तु कदाचित् वयं बृहद् गणनया सह कार्यं कुर्मः।
उदाहरणार्थं VIII कक्ष्यायाः 60 संख्यकैः विद्यार्थिभिः गणिते प्राप्तेषु अङ्केषु विचारं कुर्वन्तु।

21, 10, 30, 22, 33, 5, 37, 12, 25, 42, 15, 39, 26, 32, 18, 27, 28, 19, 29, 35, 31, 24, 36, 18, 20, 38, 22, 44, 16, 24, 10, 27, 39, 28, 49, 29, 32, 23, 31, 21, 34, 22, 23, 36, 24, 36, 33, 47, 48, 50, 39, 20, 7, 16, 36, 45, 47, 30, 22, 17.

यदि वयं प्रत्येक-प्रक्षणाय एकां आवर्तनं वितरण-सारणीं निर्मामः । तर्हि सा बहु दीर्घा भविष्यति । अतः वयं सौलभ्यार्थं प्रेक्षणस्य काञ्चन समूहं निर्मामः । यथा - 0-10, 10-20 इत्यादिः तथा प्रत्येक-समूहे वर्गे वा आगतानां प्रेक्षणानां संख्याधारे एकां आवर्तन-वितरण-सारणीं प्राप्नुमः । इत्थं उपर्युक्त-गणनानां कृते आवर्तन-वितरण-सारणीं भवितुम् अर्हति ।

सारणी 5.2

समूहः	मेलनचिह्नम्	आवर्तनम्
0-10	𝍷𝍷	2
10-20	𝍸 𝍸	10
20-30	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍷	21
30-40	𝍸 𝍸 𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	19
40-50	𝍸 𝍷𝍷	7
50-60	𝍷	1
	योगः	**60**

उपर्युक्त-प्रकारेण प्रस्तुत-गणना वर्गीकृत-गणना रूपेण भवति तथा प्राप्त-वितरणं वर्गीकृत-आवर्तन-वितरण रूपेण भवति । एतेन अर्थपूर्णनिष्कर्षं ज्ञातुं वयं सहायतां प्राप्नुमः, यथा -

(1) अधिकांश-विद्यार्थिनः 20 तथा 40 प्रतिशतयोः मध्ये एव अङ्कान् प्राप्तवन्तः ।

(2) अष्ट-विद्यार्थिनः 50 अङ्केषु 40 तः अधिकान् अङ्कान् प्राप्तवन्तः ।

समूहेषु - 0 - 10, 10 - 20, 20 - 30 इत्यादिषु प्रत्येकम् एकः वर्ग-अन्तरालः [अथवा संक्षेपे एकः वर्गः] भवति ।

ध्यानं ददतु यत् प्रेक्षणं 10, वर्गद्वये 0 - 10 तथा 10 -20 इत्यस्मिन् सम्मिलितं वर्तते । एवमेव 20 वर्गः, 10 -20 यथा 20 -30 द्वयोः मध्ये सम्मिलितः अस्ति । परन्तु एकं प्रेक्षणं (10 अथवा20) उभयोः वर्गयोः सह अपि सम्मिलितं भवितुं नार्हति । एतस्मात् संरक्षणाय वयम् इयं परिपाटीं स्वीकुर्मः यत् उभयनिष्ठप्रेक्षणं उच्चतरवर्गे सम्मिलितं भविष्यति । अर्थात् प्रेक्षणं 10, इति 10 - 20 इत्यस्मिन् सम्मिलितं अस्मि । (0 - 10 इत्यस्मिन् न) । एवमेव 20 वर्ग-अन्तरालः 20 -30 मध्ये सम्मिलितः अस्ति (10 - 20 इत्यस्मिन् न) । वर्ग-अन्तरालः 10 - 20 मध्ये 10 निम्नवर्गसीमा भवति तथा 20 उच्चवर्गसीमा भवति । एवमेव वर्ग-अन्तराले 20 - 30 मध्ये 20 निम्नवर्गसीमा अस्ति तथा 30 उच्चवर्गसीमा अस्ति । ध्यानं ददतु यत् 0 - 10, 10 - 20, 20 - 30 इत्यादिषु वर्ग-अन्तरालेषु प्रत्येकस्य उच्चवर्गसीमा अथ निम्नवर्गसीमा इत्यनयोः अन्तरः समानः एव (एतादृशि स्थितौ 10) । उच्च-वर्गसीमा वर्गसीमा तथा निम्नवर्गसीमा इत्यनयोः अयम् अन्तरालः वर्ग-अन्तरालस्य वैशाल्यम् इति कथ्यते । भवति ।

प्रयासं करोतु

1. निम्नलिखित-आवर्तन-वितरण-सारणीनाम् अध्ययनं कुर्वन्तु तथा निम्नप्रश्नान् उत्तरन्तु।

सारणी 5.3

वर्ग-अन्तरालः (रुप्यकेषु दैनिकम् आयः)	निरन्तरता (श्रमिकाणां संख्या)
100 - 125	45
125 -150	25
150 -175	55
175 - 200	125
200 - 225	140
225 - 250	55
250 - 275	35
275 - 300	50
300 -325	20
योगः	**550**

(i) वर्ग-अन्तरालानां मापः कः अस्ति ?

(ii) कस्य वर्गस्य सर्वाधिक-आवर्तनम् अस्ति ?

(iii) कस्य वर्गस्य न्यून-आवर्तनम् अस्ति ?

(iv) वर्ग-अन्तरालस्य 250-275 इत्यस्य उच्चसीमा का ?

(v) कयोः उभयोः वर्गयोः आवर्तनं समाना एव अस्ति ?

2. 30 - 35, 35 - 40 इत्यादीनाम् अन्तरालानाम् उपयोगं कुर्वन्तः 20 विद्यार्थिनां (किग्रा इत्यस्मिन्) भाराणांनिम्नलिखित-गणनायै एकां सारणी-वितरण-सारणीं निर्मान्तु ।
40, 38, 33, 48, 60, 53, 31, 46, 34, 36, 49, 41, 55, 49, 65, 42, 44, 47, 38, 39

5.3.1 भिन्नता-युक्त-दण्डाः

आगच्छन्तु 60 विद्यार्थिभिः गणितस्य निकष-परीक्षायां प्राप्ताङ्कानां वर्गीकृत-आवर्तन-वितरण-विषये पुनः विचारं कुर्वन्तु (सारणी 5.4)।

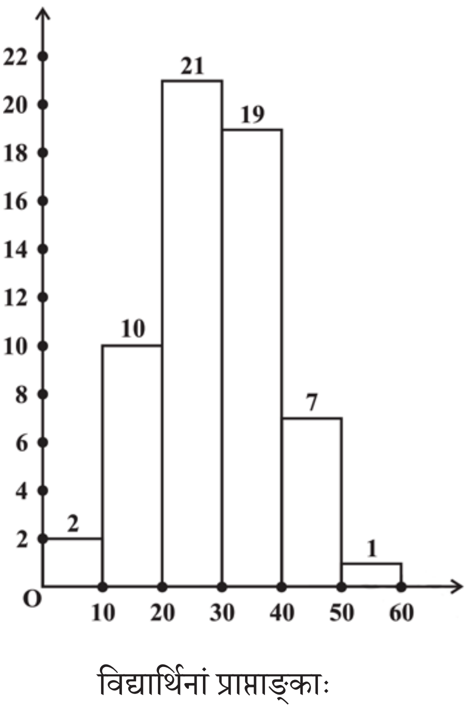
सारणी 5.4

वर्ग-अन्तरालः	निरन्तरता
0 - 10	2
10 - 20	10
20 - 30	21
30 - 40	19
40 -50	7
50 -60	1
योगः	**60**

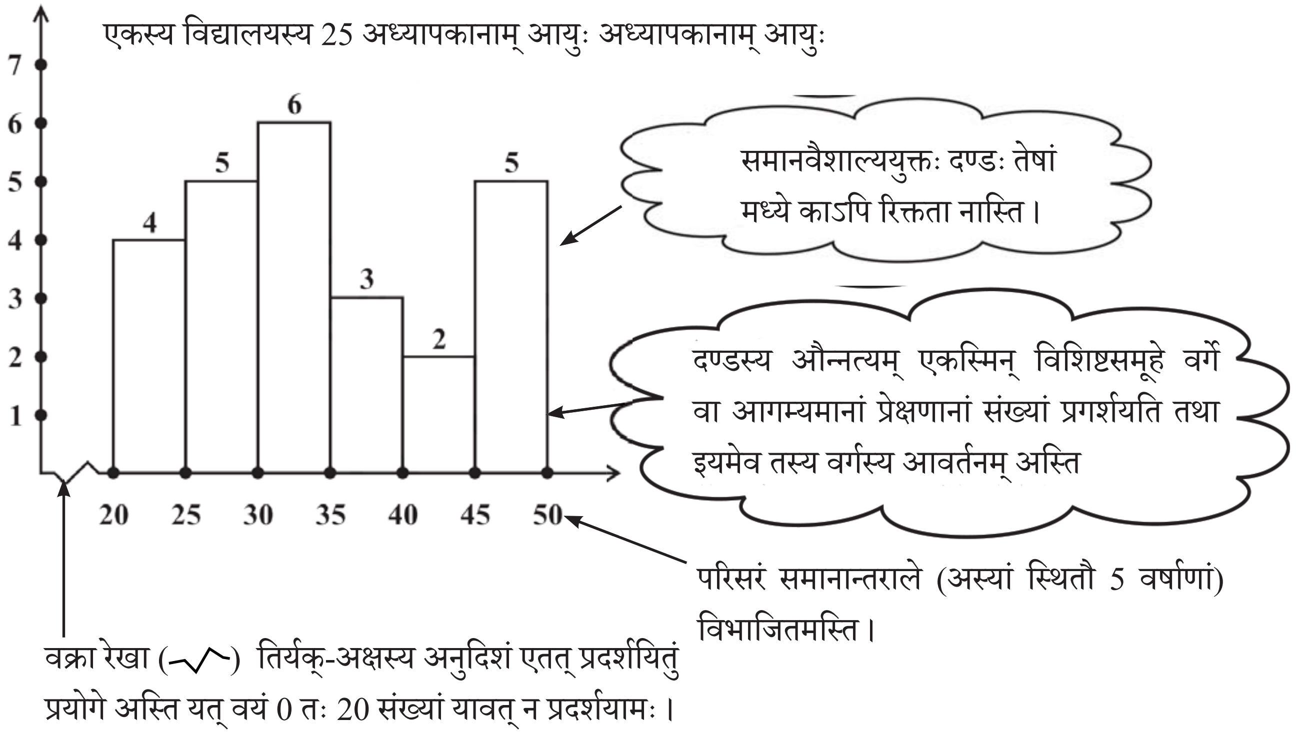
उपर्युक्तं संलग्न-आलेखरूपे निरूप्य प्रदर्शयति (आकृतिः 5.1)।

किम् अयम् आलेखः तस्मात् दण्डालेखात् कस्मिन्नपि रूपे भिन्नः अस्ति यं भवन्तः vii कक्ष्यायां रचितवन्तः ? ध्यानं ददतु यत् अत्र वयं तिर्यक्-अक्षे प्रेक्षणानां समूहं (अर्थात् वर्ग-अन्तरालम्) निरूपयामः । दण्डस्य औन्नत्यं वर्गान्तरालस्य आवर्तनं प्रदर्शयति । सहैव अत्र दण्डानां मध्ये काऽपि रिक्तता नास्ति, यतो हि वर्गान्तरालानां मध्ये काऽपि रिक्तता नास्ति।

गणनानाम् ईदृक् आलेखीय-निरूपणम् एकम् आयतचित्रं भवति (आकृतिः 5.2)।



आकृतिः 5.1



आकृतिः 5.2

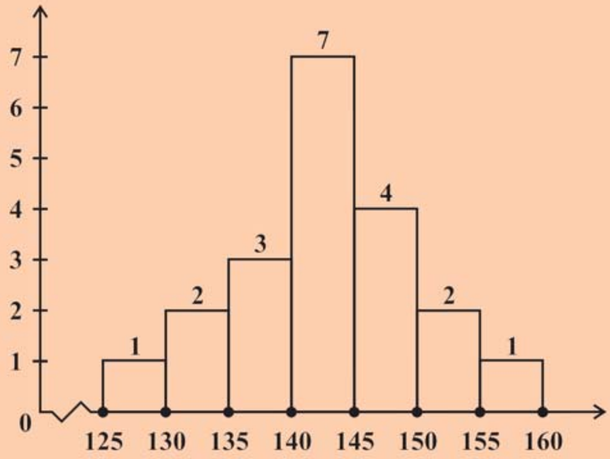
अस्य आयतचित्रस्य दण्डेन वयं निम्नलिखितप्रश्नस्य उत्तरं दातुं शक्नुमः।

(i) कति अध्यापकानाम् आयुः 45 वर्षतः अथवा तस्मात् अपि अधिकः अस्ति परन्तु 50 वर्षात् न्यूनः अस्ति ?

(ii) 35 वर्षात् न्यूनायुः युक्तानाम् अध्यापकानां संख्या कति अस्ति ?

प्रयासं करोतु

1. आयतचित्रं (आकृतिः 5.3) दृष्ट्वा तथा निम्नप्रश्नान् उत्तरन्तु।



(उत्तुङ्गता सेंटीमीटर इत्यस्मिन्)

आकृतिः 5.3

(i) अनेन आयतचित्रेण का सूचना प्रदत्ता अस्ति ?

(ii) कस्मिन् वर्गे अधिकाः बालिकाः सन्ति ?

(iii) कति बालिकानां औन्नत्यं 145 सेण्टीमीटर् इति अस्ति अथवा इतोऽपि अधिकम् अस्ति ?

(iv) यदि वयं बालिकाः निम्नलिखितेषु श्रेणिषु विभाजयामः तर्हि प्रत्येकस्मिन् कति बालिकाः भविष्यन्ति ?

150 सेमी अथवा एतस्मात् अधिकम्	-	अ समूहः
140 सेमी इत्यस्मात् अधिकं परन्तु 150 सेमी इत्यस्मात् न्यूनम्	-	आ समूहः
140 इत्यस्मात् न्यूनम्	-	इ समूहः

प्रश्नावली 5.1

1. निम्नलिखितेषु कां गणनां दर्शयितुं भवन्तः एकस्य आयतचित्रस्य प्रयोगं करिष्यन्ति ?

(a) एकस्य पत्रवाहकस्य स्यूते विभिन्नक्षेत्राणां पत्राणां संख्या।

(b) कस्याम् अपि क्रीडा-प्रतियोगितायां प्रत्याशिनाम् औन्नत्यम्।

(c) 5 उद्योगगृहेण निर्मितानां ध्वनिमुद्रकाणां संख्या।

(d) कस्मिश्चिंत् रेल्वे-स्थानके प्रातः 7 वादनात् सायं वादनपर्यन्तं रेलयानेन गम्यमानानां यात्रिकाणां संख्या। प्रत्येकस्य कृते कारणम् अपि प्रददतु।

2. कस्मिश्चिंत् विभागीय-आपणे क्रयणार्थम् आगतान् जनान् एवं रीत्या अङ्कितं कर्तुं शक्नुवन्ति - पुरुषः (M), महिला (W), बालकः (B) अथवा बालिका(G)।निम्नलिखितसूची तान् दीर्घ-अक्षरम्। प्रदर्शयति, ये प्रातःकाले प्रथमघण्टायाम् आगताः।

W W W G B W W M G G M M W W W W G B M W B G G M W W M M W W W M

W B W G M W W W W G W M M W W M W G W M G W M M B G G W

मेलकचिह्नानां प्रयोगं कुर्वन्तः एकां आवर्तन-वितरण-सारणीं निर्मापयन्तु । एतां प्रदर्शयितुम् एकं दण्डालेखं रचयन्तु ।

3. कस्यापि उद्योगगृहस्य श्रमिकाणां साप्ताहिक-पारिश्रमिकं (रुप्येषु) निम्नलिखितं वर्त्तते ।

830, 835, 890, 810, 835, 836, 869, 845, 898, 890, 820, 860, 832, 833, 855, 845, 804, 808, 812, 840, 885, 835, 835, 836, 878, 840, 868, 890, 806, 840

मेलकचिह्नानां प्रयोगं कुर्वन्तः 800 - 810, 810 - 820 इति अन्तरालयुक्ताम् एकां आवर्तन-वितरण-सारणीं निर्मान्तु ।

4. 3 संख्याके प्रश्ने गणनातः प्राप्तसारण्यै एकम् आयतचित्रं निर्मान्तु । तथा निम्नलिखितप्रश्नान् उत्तरन्तु ।

(i) कस्मिन् समूहे श्रमिकाणां संख्या सर्वाधिका अस्ति ?

(ii) कति श्रमिकाः 850 रु. अथवा तस्मात् अपि अधिकम् अर्जयन्ति ?

(iii) कति श्रमिकाः 850 रु. तः न्यूनम् अर्जयन्ति ?

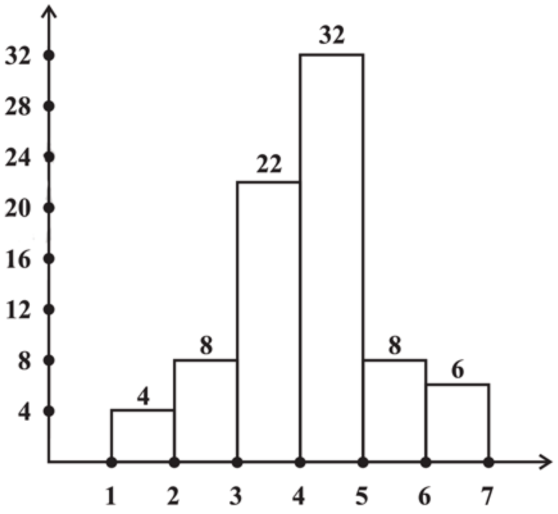
5. अवकाशदिवसेषु एकस्याः विशिष्टायाः कक्ष्यायाः विद्यार्थिभिः प्रतिदिनं दूरदर्शनं दर्शनस्य समयः (घण्टासु) प्रदत्ते आलेखे प्रदर्शितः अस्ति ।

निम्नलिखितप्रश्नान् उत्तरन्तु ।

(i) अधिकतमाः विद्यार्थिनः कति घण्टा पर्यन्तं दूरदर्शनं दृष्टवन्तः ?

(ii) 4 घण्टातः न्यूनसमयं यावत् कति विद्यार्थिनः दूरदर्शनं दृष्टवन्तः ?

(iii) कति विद्यार्थिनः दूरदर्शनदर्शने 5 घण्टातः अधिकसमयं व्यतीतवन्तः ?

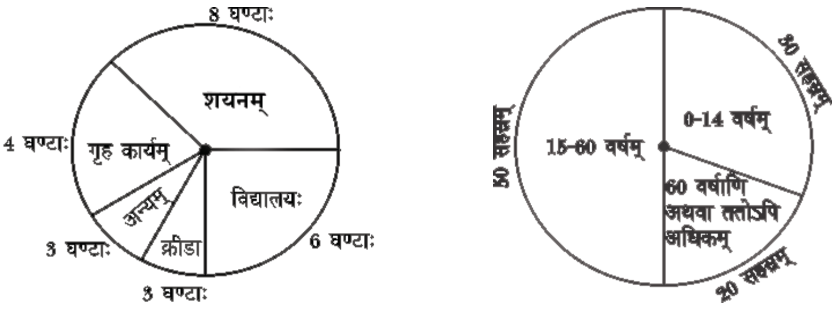


प्रतिदिनस्य दर्शितदूरदर्शनस्य घण्टा

5.4 वृत्तालेखः अथवा पाईचित्रम् -

किं भवतां सम्मुखं कदापि वृत्तीय-रूपे निरूपिता गणना प्रस्तुता अभवत् यथा आकृतिः 5.4 इत्यस्यां प्रदर्शिता अस्ति ?

एकस्मिन् दिने एकेन बालकेन व्यतीतः समयः ।   एकस्मिन् नगरे जनानाम् आयुसमूहः ।



आकृतिः 5.4

एतत् निरूपणं वृत्त-आलेखः इति नाम्ना प्रसिद्धः । एकः वृत्त-आलेखः एकस्मिन् सम्पूर्णे तथा तस्य भागेषु सम्बन्धं प्रदर्शयति । अत्र सम्पूर्णं वृत्तं त्रिज्या-खण्डेषु विभाजितम् अस्ति । प्रत्येक-त्रिज्यखण्डस्य आकारः तेन निरूपितः क्रियाकलापस्य सूचनायाः समानुपाती भवति ।

उदाहरणार्थम् उपर्युक्त-आलेखे, शयनक्रियायां व्यतीतासु घण्टासु त्रिज्याखण्डस्य आनुपातिकः भागः -

$$= \frac{\text{शयनघण्टानां सङ्ख्या}}{\text{सम्पूर्णदिनम्}} = \frac{8 \text{ घण्टाः}}{24 \text{ घण्टाः}} = \frac{1}{3}$$

अतएव एतं त्रिज्यखण्डं सम्पूर्णवृत्तस्य $\frac{1}{3}$ इति भागरूपे रचितवान् अस्ति एवमेव विद्यालये व्यतीतासु घण्टासु त्रिज्याखण्डस्य आनुपातिकः भागः -

$$= \frac{\text{विद्यालय-घण्टानां सङ्ख्या}}{\text{सम्पूर्णदिनम्}} = \frac{6 \text{ घण्टाः}}{24 \text{ घण्टाः}} = \frac{1}{4}$$

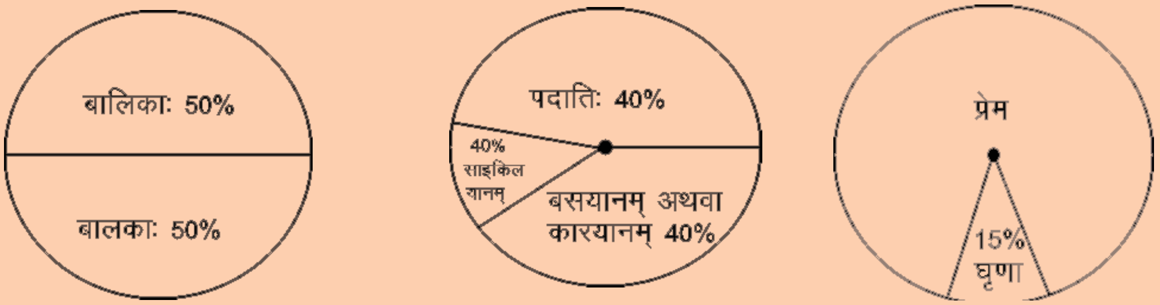
अतएव एतं त्रिज्यखण्डं वृत्तस्य $\frac{1}{4}$ इति भागरूपे रचितवान् अस्ति एवमेव अन्येषां त्रिज्यखण्डानां मापं ज्ञातुं शक्नुमः ।

सर्वेषां क्रियाकलापानां भिन्नं योजयन्तु । किं भवन्तः योगे एकम् इति प्राप्नुवन्ति ?

वृत्त-आलेखः पाईचित्रं रूपे अपि ख्यातः वर्त्तते ।

प्रयासं करोतु

1. निम्नलिखित-पाईचित्रेषु प्रत्येकं (आकृतिः 5.5) भवतां कक्षाविषये एकां भिन्नप्रकारकां सूचनां प्रददति। एतेषु प्रत्येकं सूचनां निरूपितवृत्तस्य भागं जानन्तु।



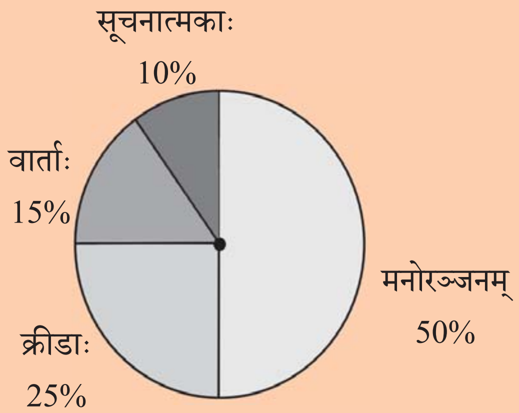
बालिकाः अथवा बालकाः | विद्यालयाय परिवहनम् | गणितेन सह प्रेम / घृणा

आकृतिः 5.6

2. दत्ते पाईचित्राधारे (आकृतिः 5.6) निम्नलिखितप्रश्नान् उत्तरन्तु।

(i) किं प्रकारकं कार्यक्रमं सर्वाधिकं जनाः दृष्टवन्तः ?

(ii) कयोश्चित् द्वयोः प्रकारयोः कार्यक्रमान् दृष्टवतां सम्पूर्णसंख्या क्रीडानां कार्यक्रमान् दृष्टवतां संख्यायाः समतुल्यं वर्तते।



दूरदर्शने विभिन्नप्रकारक प्रणालीप्रेक्षकाणां संख्या।

आकृतिः 5.6

5.4.1 पाईचित्राणां रचना

कस्यापि विद्यालयस्य छात्रेण द्वारा ईप्स्यमाण-पयोहिमस्य गन्धः स्वादश्च (प्रतिशतेषु) निम्नप्रकोष्ठे दत्तः अस्ति।

गन्धः	गन्धेच्छुकानां विद्यार्थिनां प्रतिशतम्
चाकलेहः	50%
वेए	25%
अन्य-प्रकारः	25%

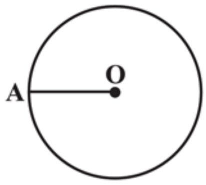
आगच्छन्तु एतां गणनां एकस्मिन् पाई-चित्ररूपे निरूपयामः।

वृत्तस्य केन्द्रे सम्पूर्णः कोणः 360° अस्ति। त्रिज्यखण्डानां केन्द्रीयकोणाः 360° इत्यस्य भिन्नाः भविष्यन्ति। वयं त्रिज्यखण्डानां केन्द्रीयकोणान् ज्ञातुम् एकां सारणीं निर्मामः (सारणी 5.5)।

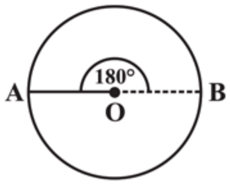
सारणी 5.5

गन्धः	गन्धेच्छुकानां विद्यार्थिनां प्रतिशतम्	सम्पूर्णस्य भागः	360° भागः
चाकलेहः	50٪	$\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$	360° इत्यस्य $\frac{1}{2}$ =180°
वेनीला-चाकलेहः	25٪	$\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$	360° इत्यस्य $\frac{1}{4}$ =90°
अन्यप्रकारः	25٪	$\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$	360° इत्यस्य $\frac{1}{4}$ =90°

1. कस्याः अपि सौलभ्ययुक्तायाः त्रिज्यायाः एकं वृत्तं निर्मान्तु । अस्याः केन्द्रं (O) तथा एका त्रिज्या (OA) इति अङ्कितं कुर्वन्तु ।



2. चाकलेहस्य त्रिज्यखण्डस्य कोणः 180° अस्ति । चान्द्रिकायाः प्रयोगं कृत्वा ∠AOB=180° रचयन्तु ।



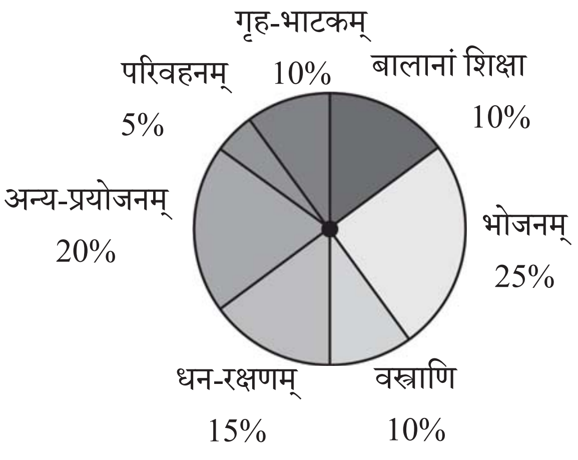
3. अवशिष्टं त्रिज्यखण्डम् एवमेव अङ्कितं कुर्वन्तु ।

उदाहरणम् 1 संलग्नपाईचित्रे (आकृतिः 5.7) एकस्मिन् मासे एकस्य परिवारस्य विभिन्नपक्षे व्ययं तथा तस्य (प्रतिशतेषु) संरक्षणं प्रदर्शयति ।

(i) कस्मिन् पक्षे व्ययः अधिकः आसीत् ?

(ii) कस्मिन् पक्षे कृत-व्ययः परिवारस्य सम्पूर्णसंरक्षणस्य सदृशम् अस्ति ?

(iii) यदि परिवारस्य मासिकं संरक्षणं 3000 रु. अस्ति तर्हि वस्त्रेषु कृतः मासिकः व्ययः कः अस्ति ?



आकृतिः 5.7

समाधानम् -

(i) भोजने व्ययः सर्वाधिकः अस्ति ।

(ii) बालानां कृते शिक्षाविषयकः व्ययः (15%) परिवारस्य सम्पूर्णं संरक्षणसमानम् अस्ति ।

(iii) 15% सम्पूर्णस्य 15% = 3000रु. ।

अतः तस्य 10% निरूपयति रु. $\frac{3000}{15}$ ×10=2000 रु. ।

उदाहरणम् 2 एकस्मिन् विशेषदिवसे मिष्टानगृहे विभिन्नवस्तूनां विक्रयणं निम्नकोष्ठके (रुप्येषु) प्रदत्तम् अस्ति ।

सामान्यसुपिष्टकम्	-	320
फलसुपिष्टकम्	-	80
मधुरपिष्टकं -पेस्ट्री च	-	160
पिष्टकम्	-	120
अन्यम्	-	40
योगः	**-**	**720**

एतासां गणनानां कृते एकं पाईचित्रं निर्मापयन्तु

समाधानम् - वयं प्रत्येकस्य त्रिज्यखण्डस्य केन्द्रीयकोणं जानीमः । अत्र सम्पूर्णं विक्रयणम् - 720 रु. अस्ति । एतस्मात् वयं निम्नलिखित-सारणीं प्राप्नुमः ।

वस्तु	विक्रयणम् (रुप्येषु)	सम्पूर्णस्य भागः	केन्द्रियकोणः
सामान्यसुपिष्टकम्	320	$\frac{320}{720}=\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}\times 360^\circ = 160^\circ$
सुपिष्टकम्	120	$\frac{120}{720}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}\times 360^\circ = 60^\circ$
मधुर-पिष्टकं-फ्रेस्ट्री च	160	$\frac{160}{720}=\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}\times 360^\circ = 80^\circ$
फल-पिष्टकम्	80	$\frac{80}{720}=\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}\times 360^\circ = 40^\circ$
अन्यम्	40	$\frac{40}{720}=\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}\times 360^\circ = 20^\circ$

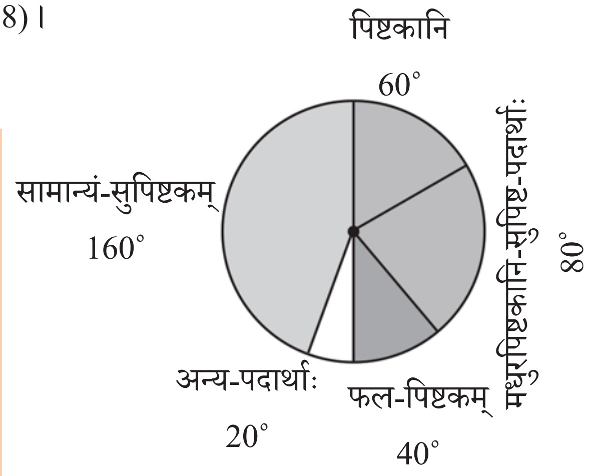
उपर्युक्तानाम् उपयोगं कृत्वा अधुना वयं पाईचित्रं निर्मामः (आकृतिः 5.8) ।

प्रयासं करोतु

निम्नगणनानां कृते एकं पाईचित्रं निर्मान्तु ।

एकेन बालकेन एकस्मिन् दिने व्यतीतः समयः एतादृशः अस्ति ।

शयनम्	-	8 घण्टाः
विद्यालयः	-	6 घण्टाः
गृहकार्यम्	-	4 घण्टाः
क्रीडा	-	4 घण्टाः
अन्यम्	-	2 घण्टाः



आकृतिः 5.8

विचारयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अथ लिखन्तु

निम्नलिखितगणनां प्रदर्शयितुं कीदृशः आलेखः उपयुक्तः भविष्यति -

1. कस्यापि राज्यस्य खाद्यान्नस्य उत्पादनम् -

वर्षम्	2001	2002	2003	2004	2005	2006
उत्पादनम् लक्ष-टन-परिमितेषु	60	50	70	55	80	85

2. जनानां एकस्य समूहस्य भोजनस्य रुचिः -

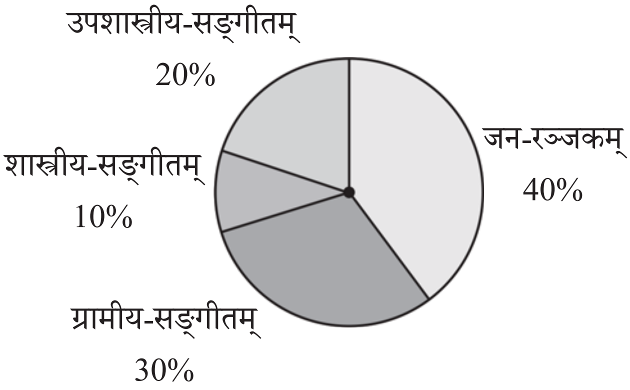
रुचिकर-भोजनम्	जनानां संख्या
उत्तर-भारतीयः	30
दक्षिण-भारतीयः	40
चीन-देशीयः	25
अन्यः	25
योगः	120

3. कस्यापि उद्योगगृहस्य श्रमिकाणाम् एकस्य समूहस्य दैनिक-आयः -

दैनिक-आयः (रुप्यकेषु)	श्रमिकाणां संख्या (एकस्मिन् उद्योगगृहे)
75 - 100	45
100 - 125	35
125 - 150	55
150 - 175	30
175 - 200	50
200 - 225	125
225 - 250	140
योगः	480

प्रश्नावली 5.2

1. कस्यापि नगरस्य युवजनानां एकस्य जनसमूहस्य निरीक्षणम् अभवत् एतत् ज्ञानार्थं यत् ते कीदृक् सङ्गीतम् इच्छन्ति। इतः प्राप्तगणना संलग्नपाईचित्रे प्रदर्शितम् अस्ति । अस्मात् पाईचित्रात् निम्नलिखितप्रश्नान् उत्तरन्तु।



(i) यदि 20 परिमिताः जनाः शास्त्रीयसङ्गीतम् इच्छन्ति तर्हि आहत्य कति युवजनानां निरीक्षणम् अभवत् ?

(i) कीदृशं सङ्गीतं सर्वाधिकजनाः इष्टवन्तः ?

(ii) यदि कश्चित् सान्द्रमुद्रिका-समवायः 1000 सान्द्रमुद्रिकाः निर्मान्ति । (सी.डी.) तर्हि सः प्रत्येकं प्रकारिकां कति सान्द्रमुद्रिकां निर्माति ?

2. 360 जनानाम् एकस्मात् समूहात् त्रिषु ऋतुषु स्व-रुचिकरस्य ऋतोः कृते मतदानकरणार्थम् अकथयत् । तस्मात् प्राप्तगणनां संलग्नचित्रे प्रदर्शितम् अस्ति ।

(i) कम् ऋतुं सर्वाधिकं मतम् अमिलत् ?

(ii) प्रत्येक-त्रिज्याखण्डस्य केन्द्रीयकोणं जानन्तु ।

(iii) एतां सूचनां प्रदर्शयितुम् एकं पाईचित्रं निर्मान्तु ।

ऋतुः		मतानां संख्या
ग्रीष्मः		90
वर्षा		120
शीतः		150

3. निम्नलिखितसूचनां प्रदर्शनार्थम् एकं पाईचित्रं निर्मान्तु । एषा सारणी जनेषु एकसमूहेन इष्ट-वर्णान् दर्शयति ।

वर्णः	जनानां संख्या
नीलः	18
हरितः	9
रक्तः	6
पीतः	3
योगः	**36**

प्रत्येकं त्रिज्याखण्डस्य आनुपातिकभागं जानन्तु ।
उदाहरणार्थम् - नीलः $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ अस्ति हरितः $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
इत्यादिः । एतस्य प्रयोगं कुर्वन्तः सङ्गतकोणं जानन्तु ।

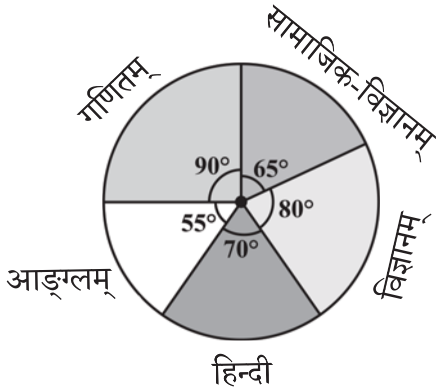
4. संलग्नपाईचित्रं एकेन विद्यार्थिना कस्याञ्चित् परीक्षायां हिन्द्याम्, आङ्ग्ले, गणिते, सामाजिकविज्ञाने, विज्ञाने च प्राप्ताङ्कान् दर्शयन्ति । यदि तस्य विद्यार्थिनः सम्पूर्णाः प्राप्ताङ्काः 540 इति आसन् तर्हि निम्नलिखित-प्रश्नान् उत्तरत ।

(i) कस्मिन् विषये तेन विद्यार्थिना 105 इति अङ्काः प्राप्ताः ?

(सङ्केतः 540 अङ्कानां कृते केन्द्रीयकोणः 360° अस्ति । अतः 105 अङ्कानां कृते केन्द्रीयकोणः किं भविष्यति ?)

(ii) तेन विद्यार्थिना गणिते हिन्दीतः कति अधिकाः अङ्काः प्राप्ताः ?

(iii) परीक्षणं कुर्वन्तु यत् किं सामाजिकविज्ञाने तथा गणिते प्राप्तानाम् अङ्कानां योगः विज्ञाने तथा हिन्द्यां प्राप्ताङ्ताकानां योगात् अधिकः अस्ति । (**सङ्केतः** केवलं केन्द्रीयकोणेषु ध्यानं ददतु ।)



5. कस्मिन्नपि छात्रावासे विभिन्नभाषां वदतां विद्यार्थिनां संख्या नीचैः प्रदत्ता अस्ति । एतां गणनां पाईचित्रमाध्यमेन प्रदर्शयन्तु ।

भाषा	हिन्दी	आङ्ग्लम्	मराठी	तमिलः	बङ्गः	योगः
विद्यार्थिनां संख्या	40	12	9	7	4	72

5.5 संयोगः प्रायिकता च

कदाचित् एवं भवति यत् वर्षतौ वयं प्रतिदिनं छत्रं नीत्वा बहिः गच्छामः तथा बहुदिनं यावत् वर्षा एव न भवति परन्तु संयोगवशात् भवान् वर्षत्रं नीत्वा न गच्छति तथा तस्मिन् दिने एव बहुवर्षा भवति।

कदाचित् एवं भवति यत् एकः विद्यार्थी एकस्याः घटकपरीक्षायाः कृते पञ्चसु 4 अध्यायपर्यन्तं बहु सम्यक् सज्जतां करोति परन्तु एकः बृहत् प्रश्नः तस्मात् अध्यायात् आगच्छति यम् अध्यायं सः सम्यक् न अपठत्।

प्रत्येकं जनः जानाति यत् एकं विशेषं रेलयानं निश्चितसमयेन गच्छति परन्तु यस्मिन् दिने भवान् निश्चितसमये स्थानकं प्राप्नोति तस्मिन् दिने एव तत् यानं विलम्बेन आगच्छति।

भवान् उपर्युक्त-प्रकारकाणाम् अनेकेषां स्थितीनां सम्मुखे आगच्छति यत्र भवान् संयोगस्य नाम गृहीत्वा कार्यं कर्तुम् इच्छति परन्तु तत् तथा न सम्भवति यथा भवान् इच्छति। किं भवान् एतादृशम् इतोऽपि उदाहरणं दातुं शक्नोति। एतानि एतादृशानि उदाहरणानि सन्ति यत्र कस्यापि सम्भवासम्भवस्य संयोगः समानः नास्ति।

एकस्य रेलयानस्य समयोपरि गमनागमनस्य संयोगः समानः नास्ति। यदा भवान् कामपि चिटिकां क्रीणाति तथा यदि सा चिटिका प्रतीक्षासूच्यां भवति तदा निश्चयेन भवान् संयोगाश्रयं गृह्णाति। भवान् एवम् आशां करोति यत् यदा भवान् यात्रां करिष्यति तदा भवतः स्थानं सुरक्षितं भविष्यति परन्तु वयम् अत्र केषाञ्चन प्रयोगानां विचारं कुर्मः येषु परिणामानां घटितस्य संयोगः समानः अस्ति।

5.5.1 कस्यचित् परिणामस्य प्राप्तिः

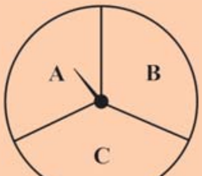
भवान् सम्भवतः एतत् दर्शितवान् यत् एकस्याः क्रिकेटक्रीडायाः प्रारम्भात् पूर्वं उभयोः दलयोः नायकैः बहिः गत्वा एतत् निर्णयार्थम् एकं पणम् उत्क्षिपति यत् कं दलं सर्वप्रथमं खेलिष्यति।

यदा एकं पणम् उत्क्षिपति तर्हि भवान् कं सम्भवं परिणामं प्राप्नोति। निःसन्देहम् उच्चपक्षं निम्नपक्षम्।

कल्पनां करोतु यत् भवान् एकस्य दलस्य नायकः अस्ति तथा भवतः मित्रम् अपरस्य दलस्य। भवान् पणम् उत्क्षिपति तथा स्वमित्रात् वदति यत् उच्चपक्षं निम्नपक्षं वा वदतु। किं भवतः अस्याम् उत्क्षेपणक्रियायां किमपि नियन्त्रयणं भवितुम् अर्हति ? किं भवान् उच्चपक्षं प्राप्तुं शक्नोति यदि इच्छति चेत् ? अथवा किं भवान् निम्नपक्षं प्राप्तुं शक्नोति यदि इच्छति चेत् ? न एवं सम्भवं नास्ति। एतादृशः प्रयोगः यादृच्छिकप्रयोगः इति रूपे भवति। उच्चपक्षं, निम्नपक्षम् इति च परिणामद्वयं वर्तते।

प्रयासं करोतु

1. यदि भवान् एकं स्कूटरयानचालनं प्रारभेत् तर्हि सम्भवः परिणामः कः ?
2. यदा एकम् अक्षम् उत्क्षिपति तर्हि सम्भावितः षट् परिणामाः के ?
3. यदा भवान् दर्शितं चक्रं भ्रामयिष्यति तर्हि सम्भावितपरिणामः कः भविष्यति (आकृतिः 5.9) ? अस्य सूचीं निर्मान्तु।
   (अत्र परिणामस्य अर्थः अस्ति यत् सः त्रिज्याखण्डः यत्र सूचकः स्थगिष्यति।)
4. भवतः पार्श्वे एकः स्यूतः अस्ति तथा तस्मिन् विभिन्नवर्णानां पञ्च सदृश-कन्दुकानि सन्ति। (आकृतिः 5.10)। भवान् दर्शनं विनैव तस्मात् एकं कन्दुकं निष्कासयति। प्राप्यमाणान् परिणामान् लिखतु।



आकृतिः 5.9

आकृतिः 5.10

विचारयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अथ लिखन्तु

एकम् अक्षे प्रक्षेपणे सति -

- किं अग्रिमक्रीडकस्य 6 इति प्राप्तेः अधिकतरः संयोगः अस्ति ?
- किं ततः अग्रीम क्रीडकस्य 6 प्राप्तेः न्यूनतरः संयोगः अस्ति ?
- स्वीकुर्वन्तु यत् द्वितीयः क्रीडकः 6 इति प्राप्तवान् किम् अस्य एवम् अर्थः भवितुम् अर्हति यत् तृतीयक्रीडकस्य 6 प्राप्तकरणस्य संयोगः नास्ति ?

5.5.2 समसम्भावित-परिणामः -

एकं पणम् अनेकवारं उत्क्षिपन्ति तथा यावत् वारं उच्चपक्षम् उत निम्नपक्षम् आयाति तत् लिखन्ति। आगच्छन्तु स्वपरिणामतालिकां पश्यन्तु यत्र वयम् उत्क्षेपणस्य संख्यायां वृद्धिं कुर्मः।

उत्क्षेपणस्य संख्या	मेलकचिह्नम् (H)	उच्चपक्षाणां संख्या	मेलकचिह्नम् (T)	निम्नपक्षाणां संख्या
50	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||	27	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	23
60	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	28	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||	32
70		33		37
80	...	38	...	42
90	...	44	...	46
100	...	48	...	52

ध्यानं ददतु यत् यदा भवान् उत्क्षेपणस्य संख्यायाम् अधिकाधिकं वृद्धिं करोति तदाउच्चपक्षस्य संख्या तथा निम्नपक्षस्य संख्या अधिकाधिका निकटे आगच्छति।

एवमेव एकेन अक्षेन सह अपि भवितुम् अर्हति यदा तम् एकस्मिन् बृहत् संख्यायां क्षिपन्ति। षड् परिणामेषु प्रत्येकस्य संख्या प्रायः समानः भवति।

एतादृश्यां स्थितौ वयं कथयितुं शक्नुमः यत् प्रयोगस्य विभिन्नपरिणामः सम-सम्भावितः अथवा समप्रायिकः भवति। अस्य अर्थः अयमेव यत् सर्वेषु प्रत्येकपरिणामस्य संयोगः एकः एव।

5.5.3 संयोगस्य प्रायिकतया सह योगः

एकस्य पणस्य एकवारम् उत्क्षेपणे विचारं कुर्वन्तु। परिणामः कः अस्ति ? अत्र केवलं परिणामद्वयं वर्तते। उच्चपक्षः निम्नपक्षश्च। उभावपि परिणामौ समप्रायिकौ स्तः। एकम् उच्चपक्षं प्राप्तुं सम्भावना परिणामद्वयेषु 1 अर्थात् $\frac{1}{2}$ अस्ति। अपरशब्देषु वयं कथयितुम् अर्हामः यत् एकं उच्चतमं प्राप्तुं प्रायिकता = $\frac{1}{2}$ अस्ति। एकं निम्नपक्षं प्राप्तुं प्रायिकता का वर्तते। अधुना एकाक्षस्य उत्क्षेपणस्य उदाहरणे विचारं कुर्वन्तु यस्य फलकेषु 1, 2, 3, 4, 5, 6 (एकस्मिन् फलके एका संख्या) अङ्कितः अस्ति। यदि भवन्तः एतम् एकवारम् उत्क्षिपन्ति। तर्हि परिणामः कः भविष्यति ?

परिणामाः सन्ति - 1, 2, 3, 4, 5, 6। एवमेव अत्र षड् समप्रायिक-परिणामाः सन्ति। परिणामः 2 इति प्राप्तुं प्रायिकता का अस्ति ?

एषा प्रायिकता अस्ति - $\frac{1}{6}$ ← 2 इति दीयमाना परिणामानां संख्या
← समप्रायिक-परिणामानां संख्या

संख्या 5 प्राप्तुं प्रायिकता का अस्ति ? संख्या 7 प्राप्तुं प्रायिकता का अस्ति ? संख्या 1 तः 6 संख्यां प्राप्तुं प्रायिकता का अस्ति ?

5.5.4 घटनानां रूपे परिणामः

एकस्य प्रयोगस्य प्रत्येकं परिणामात् उत परिणामसङ्ग्रहात् एका घटना भवति। उदाहरणार्थम् एकं पणम् उत्क्षेपणप्रयोगे एकस्य उच्चपक्षस्य प्राप्तिः एका घटना अस्ति तथा एकस्य निम्नपक्षस्य प्राप्तिः अपि एका घटना अस्ति। एकस्य अक्षस्य उत्क्षेपणपरिस्थितौ 1, 2, 3, 4, 5, 6 परिणामेषु प्रत्येकस्य परिणामस्य प्राप्तिः एका घटना अस्ति।

किम् एकस्याः समसंख्यायाः प्राप्तिः एका घटना अस्ति ? यतो हिसम संख्या 2, 4, अथवा 6 भवितुम् अर्हति अतः एव एकस्याः समसंख्यायाः प्राप्तिः अपि एका घटना अस्ति। एकां समसंख्यां प्राप्तुं प्रायिकता का भविष्यति ?

एषा प्रायिकता अस्ति - $\frac{3}{6}$ ← तेषां परिणामानां संख्या या घटनां निर्माति।
← प्रयोग-परिणामानां सम्पूर्णा-संख्या

उदाहरणम् 3 एकस्मिन् स्यूते 4 रक्तकन्दुकाः अथ 2 पीतकन्दुकौ स्तः। (एते कन्दुकाः वर्णातिरिक्ताः सर्वप्रकारतः सादृश्याः एव अर्थात् सर्वसमाः सन्ति।) स्यूतस्य अन्तः अदृष्ट्वा एव एकं कन्दुकं बहिः निष्कासयति। एकं रक्तकन्दुकं प्राप्तुं प्रायिकता का अस्ति ?

किम् एतत् एकं पीतं कन्दुकं प्राप्तुं प्रायिकतातः अधिकम् अस्ति उत न्यूनम् ?

समाधानम् - अत्र घटनायाः सम्पूर्णपरिणामाः (4 + 2= 6) सन्ति।

रक्तकन्दुकं प्राप्तुं 4 परिणामः अस्ति। (कथम् ?)

अतः रक्तं कन्दुकं प्राप्तेः प्रायिकता $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ अस्ति।

एवमेव पीतकन्दुकं प्राप्तेः प्रायिकता $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ अस्ति। (कथम् ?)

अतः रक्तकन्दुकं प्राप्तेः प्रायिकता पीतकन्दुकं प्राप्तेः प्रायिकतातः अधिका अस्ति।

प्रयासं करोतु

1. स्वीकुर्वन्तु यत् भवन्तः चक्रं परिभ्राम्यन्ति (आकृतिः 5.11)।

(i) अस्मिन् चक्रे एकस्य हरितत्रिज्यखण्डस्य प्राप्तपरिणामानां संख्यां तथा एकस्य हरित त्रिज्यखण्डस्य अप्राप्तपरिणामानां संख्यां लिखन्तु।

(ii) एकस्य हरितत्रिज्यखण्ड-प्राप्तेः प्रायिकतां जानन्तु।

(iii) एकस्य हरितत्रिज्यखण्ड-अप्राप्तेः प्रायिकतां जानन्तु।

आकृतिः 5.11

5.5.5 वास्तविक जीवनेन सह सम्बन्धितः संयोगः प्रायिकता च

वयं तस्य संयोगस्य विषये चर्चां कृतवन्तः यस्यां केवलं तस्मिन् दिने एव वर्षा जाता यदा वयं छत्रं नीत्वा न गतवन्तः। भवन्तः प्रायिकतायाः पदेषु संयोगविषये किं कथयितुं शक्नुवन्ति। किम् एतत् वर्षर्तौः 10 दिनेषु 1 दिने भवितुम् अर्हति।

तदा वर्षायाः प्रायिकता $\frac{1}{10}$ अस्ति। वर्षा न भविष्यति इत्यस्य $\frac{9}{10}$ प्रायिकता अस्ति।

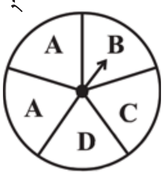
(एतां कल्पनां कुर्वन् यत् कस्मिंश्चित् दिने वर्षा भविष्यति न भविष्यति वा इति सम्भावितः अथवा समप्रायिकः अस्ति।) वास्तविकजीवनस्य विभिन्न-स्थितिषु प्रायिकतायाः प्रयोगः भवति।

1. एकस्य बृहत् समूहस्य अभिलक्षणं विशेषतां वा तस्य समूहस्य एकस्य लघु भागस्य प्रयोगं कुर्वन्तः जानन्तु। उदाहरणार्थम् - निर्वाचनकाले अनुमानित-मतदानं क्रियते। अस्मिन् सम्पूर्णक्षेत्रेषु वितरित-केन्द्रेषु यदृच्छरूपेण (कमपि पूर्वाग्रहं विना) कञ्चित् केन्द्रं चित्वा मतदानार्थम् आगतात् जनात् एतत् पृच्छयते यत् ते कस्मै मतदानं कृतवन्तः। एतेन प्रत्येकप्रत्याशिनां जयस्य सम्भावनायाः अनुमानं भवति तथा अस्य आधारेणैव प्रागुक्तयः भवन्ति।
2. ऋतुविभागः अनेकवर्षाणां गणनाप्रवृत्तिं दृष्ट्वा ऋतोः विषये प्रागुक्तिं वदति।

प्रश्नावली 5.3

1. एतेषु प्रयोगेषु भवन्तः यं परिणामं द्रष्टुं शक्नुवन्ति तान् लिखन्तु।

   (a) चक्रभ्रामणम् (b) पणद्वयं सहैव उत्क्षेपणम्



2. यदा एकस्य पणस्य उत्क्षेपणं भवति तदा निम्नलिखितप्रत्येकघटनातः प्राप्तपरिणामं लिखन्तु।

   (a) एका अभाज्यसंख्या (b) एका अभाज्यसंख्या न

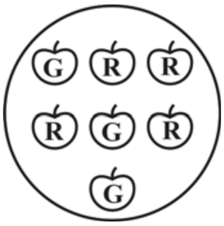
   (a) 5 तः बृहत् एका संख्या (b) 5 तः बृहत् संख्या न

3. जानन्तु -

(a) (1 (a)प्रश्ने) सूचकस्य D इत्यस्मिन् स्थगनस्य प्रायिकता।

(b) सम्यक् प्रकारेण मेलितं 52 अक्षपत्रस्य एकस्मात्समूहात् 1 विशिष्ट-अक्षपत्रस्यस्वीकरणस्य प्रायिकता।

(c) एकं रक्तसेवफलं प्राप्तकरणस्य प्रायिकता (दत्त-आकृतितः पश्यन्तु)।



4. 10 पृथक् चिटिकासु 1 तः 10 पर्यन्तं संख्या लिखिता वर्त्तते (एकासु चिटिकासु) ताम् एकस्यां मञ्जूषायां संस्थाप्य सम्यक् प्रकारेण मिलितम् अस्ति। मञ्जूषातः एकां चिटिकाम् अदृष्ट्वा एव बहिः निष्कासयति। निम्नलिखितानां प्रायिकता का भविष्यति ?

(i) संख्या 6 इति प्राप्तिः।

(ii) 6 तः लघ्वी एका संख्या प्राप्तिः।

(iii) 6 तः बृहत् एका संख्या प्राप्तिः।

(iv) 1 अङ्कस्य एका संख्या प्राप्तिः।

5. यदि भवतां पार्श्वे 3 हरितत्रिज्यखण्डीयं 1 नीलत्रिज्यखण्डीयं तथा 1 रक्तत्रिज्यखण्डीयम् एकं भ्रमणशीलचक्रम् अस्ति तर्हि एकं त्रिज्यखण्डं प्राप्तुं प्रायिकता का अस्ति ? एतादृशं त्रिज्यखण्डं प्राप्तुं प्रायिकता का अस्ति यः नीलः न भवेत् ?

6. 2 संख्यात्मके प्रश्ने दत्तघटनायाः प्रायिकतां जानन्तु।

वयं किं चर्चितवन्तः ?

1. अस्माकं पार्श्वे अधिकतया उपलब्धा गणना या असंघटितरूपे भवति या यथाप्राप्त-गणना इति उच्यते।
2. कस्याः अपि गणनातः अर्थपूर्णं निष्कर्षं ज्ञातुं अस्माकं तां क्रमबद्धरूपे संघटितुम् आवश्यकता भवति।
3. आवर्तनं तां संख्यां प्रदर्शयति या यावत् वारं एकस्यां प्रविष्टगणनायाम् आगच्छति।
4. यथा प्राप्तगणनानां समूहं निर्मातुं शक्नुवन्ति तथा तं क्रमबद्धप्रकारेण अपि वर्गीकृत-निरन्तरता-बण्टन रूपे प्रस्तोतुं शक्नुवन्ति।
5. वर्गीकृतगणनाम् आयतचित्रस्य प्रयोगं कुर्वन् प्रदर्शयितुं शक्नुवन्ति। आयतचित्रम् एकप्रकारकं दण्डालेखनम् अस्ति यस्मिन् तिर्यक्-अक्षे वर्गान्तरालान् दर्शितुं शक्नुवन्ति तथा दण्डानाम् औन्नत्यं वर्गान्तरालानां आवर्तनं प्रदर्शयति। सहैव दण्डानां मध्ये काचित् रिक्तता न भवति यतो हि वर्गान्तरालानां मध्ये काऽपि रिक्तता नास्ति।
6. गणनां वृत्तालेखानाम् अथवा पाईचित्राणाम् उपयोगं कृत्वा प्रस्तौतुं शक्नुवन्ति। एकः वृत्तालेखः तस्य सम्पूर्णभागेषु सम्बन्धं प्रदर्शयति।
7. कतिचन प्रयोगाः एतादृशाः भवन्ति येषु परिणामानाम् आगमनस्य संयोगः समानः एव भवति।
8. एकः यदृच्छप्रयोगः सः प्रयोगः अस्ति यस्मिन् परिणामानां सम्यक् प्रागुक्तिं पूर्वतः न कथयितुं शक्यते।
9. कस्यापि प्रयोगस्य परिणामः समसम्भावितः अथवा समप्रायिकः उच्यते यदि तेषाम् आगमनस्य संयोगः समानः भवेत्।
10. $\text{एकस्याः घटनायाः प्रायिकता} = \dfrac{\text{घटना-निर्माण-परिणामानां सङ्ख्या}}{\text{प्रयोगस्य परिणामानां सम्पूर्णा सङ्ख्या}}$

    यदा परिणामः समप्रायिकः स्यात्।
11. कस्यापि प्रयोगस्य एकस्मात् अथवा अधिकपरिणामात् एका घटना भवति।
12. संयोगः प्रायिकता च वास्तविक-जीवनेन सह सम्बद्धा अस्ति।

नोट